

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΟΙ ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

κύριο ΦΟΥΝΤΟΥΛΑΚΗ ΜΑΡΙΟ

κύριο ΦΟΥΝΤΟΥΛΑΚΗ ΜΑΝΩΛΗ

ΤΟΥ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ



ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ: ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ ΑΜΑΡΓΙΑΝΑΚΗΣ

www.orionidef.gr

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Απόδειξη στη σελ. 150 του σχολικού βιβλίου.

B. Ορισμός στη σελ. 65 του σχολικού βιβλίου.

Γ. α. → Λ

β. → Σ

γ. → Λ

δ. → Σ

ε. → Σ

ΘΕΜΑ 2^ο

α.
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} \Leftrightarrow 4 = \frac{2 \cdot 6 + 3v_2 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 4}{6 + v_2 + 3 + 4} \Leftrightarrow$$

$$4 = \frac{12 + 3v_2 + 15 + 32}{13 + v_2} \Leftrightarrow 52 + 4v_2 = 59 + 3v_2 \Leftrightarrow v_2 = 7$$

β.

x_i	v_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
2	6	-2	4	24
3	7	-1	1	7
5	3	1	1	3
8	4	4	16	64
	20			98

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i = \frac{98}{20} = 4,9$$

$$\gamma. \quad CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{4,9}}{4} = \frac{2,2}{4} = 0,55 = 55\% > 10\%$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\alpha. \quad f(x) = x^3 - 6x^2 + \alpha x - 7, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + \alpha, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f''(x) = 6x - 12, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$2(6x - 12) + (3x^2 - 12x + \alpha) + 15 = 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{12x} - 24 + \cancel{3x^2} - \cancel{12x} + \alpha + 15 = \cancel{3x^2} \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 24 - 15 \Leftrightarrow \alpha = 9$$

$$\beta. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 12x + 9}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-3)}{x+1} = \frac{3(1-3)}{1+1} = \frac{3(-2)}{2} = -3$$

$$\gamma. \quad \text{Η εφαπτομένη είναι // στην } y = -3x \text{ άρα } f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow$$

$$3x_0^2 - 12x_0 + 9 = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 + 12 = 0 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0$$

$$(x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

$$f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 - 7 = 8 - 24 + 18 - 7 = -5$$

(α' τρόπος)

$$y = f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) \text{ άρα}$$

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y + 5 = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 1$$

(β' τρόπος)

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $f'(2) = -3$ άρα η ευθεία είναι της μορφής $y = -3x + \beta$ και διέρχεται από το σημείο $A(2, -5)$ οπότε:
 $-5 = -3 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι: $y = -3x + 1$.

ΘΕΜΑ 4^ο

A. α. $f(x) = \ln x - \frac{x}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2, x > 0$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{2-x}{2x}, x > 0$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{2x} = 0 \Leftrightarrow 2-x = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{2x} > 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{2x} < 0 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} 2-x < 0 \Leftrightarrow x > 2$$

x	0	2	$+\infty$
f'	+	0	-
f			

Άρα f γνησίως αύξουσα για $x \in (0, 2]$ και
 f γνησίως φθίνουσα για $x \in [2, +\infty)$

β. $f(2) = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1$ ολικό μέγιστο της γραφικής παράστασης της f για $x = 2$.

B. α) $f \Downarrow$ στο $[2, +\infty)$ και επειδή

$$2 < 3 < 4 < 5 < 8 \text{ θα είναι } f(2) > f(3) > f(4) > f(5) > f(8)$$

$$\text{δηλαδή } f(8) < f(5) < f(4) < f(3) < f(2)$$

$$R = f(2) - f(8) = (\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1) - (\ln 8 - 4 + \lambda^2 - 6\lambda + 2) =$$

$$\ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1 - \ln 8 + 4 - \lambda^2 + 6\lambda - 2 =$$

$$3 + \ln \frac{2}{8} = 3 + \ln \frac{1}{4}$$

$$\delta = t_3 = f(4) = \ln 4 - \frac{4}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$$

$$\beta) A = \{\lambda \in \Omega / R + \delta < -2\}$$

$$R + \delta < -2 \Leftrightarrow 3 + \ln \frac{1}{4} + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda < -2 \Leftrightarrow$$

$$3 + \ln 1 - \ln 4 + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 < 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda^2 - 6\lambda + 5 < 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

λ	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$\lambda^2 - 6\lambda + 5$	+	0	-	0	+

$\lambda \in (1, 5)$ και $\lambda \in \Omega$ οπότε:

$A = \{2, 3, 4\}$ και επειδή τα απλά ενδεχόμενα του Ω είναι ισοπίθανα από κλασικό

$$\text{ορισμό της πιθανότητας } P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{100} = 0,03 = 3\%$$